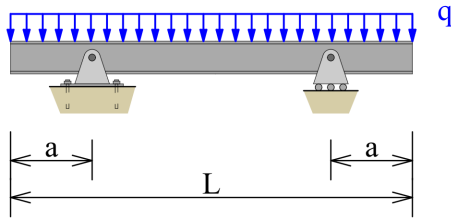
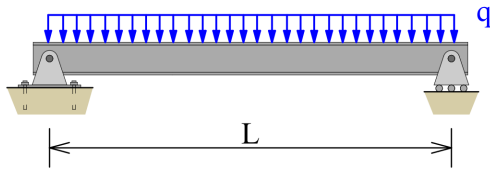


**Zadání:** Optimalizujte uložení prizmatického nosníku zatíženého vlastní vahou pro minimalizaci napětí způsobené namáháním na ohyb.



Optimalizace znamená minimalizaci rozdílu absolutních hodnot napětí v místě podepření a v ose symetrie. Napětí vyjádříme

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{I_y}e,$$

kde  $I_y$  a  $e$  jsou v případě prizmatického nosníku konstanty. Úloha se tedy redukuje na minimalizaci ohybového momentu. Díky symetrickému uložení

$$R_{1,2} = \frac{1}{2}qL$$

$$\begin{aligned} \vec{x} \in \langle 0, a \rangle \\ M(x) &= -\frac{1}{2}qx^2 \\ \vec{x} \in \left\langle a, \frac{1}{2}L \right\rangle \\ M(x) &= -\frac{1}{2}qx^2 - R_{1,2}(x - a) = -\frac{1}{2}qx^2 + \frac{1}{2}qLx - \frac{1}{2}qLa \end{aligned}$$

Optimalizace

$$\begin{aligned} M(a) &= M\left(\frac{1}{2}L\right) \\ -\frac{1}{2}qa^2 &= -\frac{1}{2}q\left(\frac{1}{2}L\right)^2 + \frac{1}{2}qL\frac{1}{2}L - \frac{1}{2}qLa \\ -\frac{1}{2}qa^2 - \frac{1}{2}qLa + \frac{1}{8}qL^2 &= 0 \\ a^2 + La - \frac{1}{4}L^2 &= 0 \\ a_1 = -\frac{\sqrt{2}+1}{2}L \quad a_2 = \frac{\sqrt{2}-1}{2}L \end{aligned}$$

V intervalu  $\vec{x} \in \left\langle 0, \frac{1}{2}L \right\rangle$  nacházíme optimalní polohu podpory  $a = \frac{\sqrt{2}-1}{2}L = 0,207L$ . Maximální napětí

v konstrukci nepřesahuje hodnotu  $\sigma_{\max} = \frac{0,0214qL^2}{I_y}e$ .

```
kill(all); /* no mercy */
assume(L>0);
assume(a>0);
assume(q>0);
globalsolve: true;
```

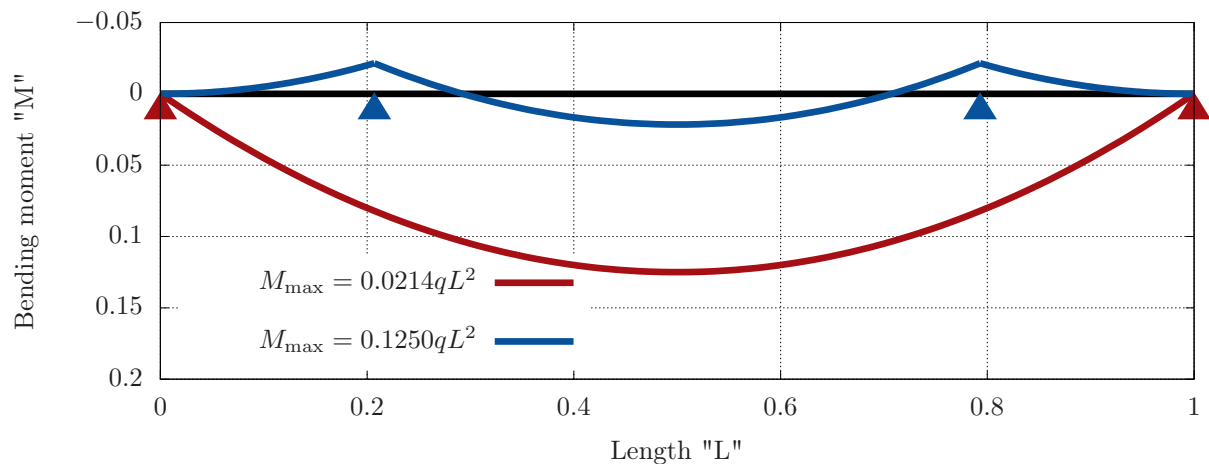
```

/* uniform loading 'q' */
R:(1/2)*q*L; /* vertical reaction(s) */
Mx1:-(1/2)*q*x^2; /* x in <0,a) */
_Mx2:R*(x-a)-(1/2)*q*x^2; /* x in <a,L/2) */
expand(Mx2);

/* optimization */
Ma:subst(a,x,Mx1);
Mmid:subst(L/2,x,_Mx2);
loc:solve([Ma+Mmid],[a]);
/* find root in (0,L/2) loop*/
root:-1; /* variable initialization */
for i:1 unless root>0 and root<(L/2) do /* loop */
root:rhs(loc[i]);
a = float(root);

Mx2:R*(x-root)-(1/2)*q*x^2;
M1:subst(root,x,Mx1);
float(M1);
M2:subst(L/2,x,Mx2);
float(M2);

```



$$k_{\text{opt}} = \frac{0,1250qL^2}{0,0214qL^2} = 5,84$$

Optimalizací podepření při ekvivalentním zatížení je možné snížit napětí v konstrukci téměř šestkrát.