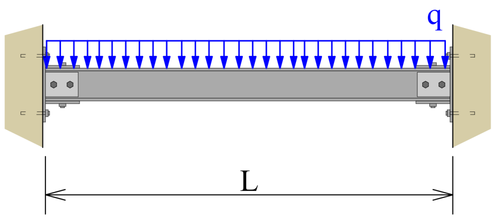
Zadání: Vyjádřete analytický předpis funkce průhybové čáry, polohu a velikost maximálního průhybu staticky neurčitého nosníku.



Při řešení úlohy buď využijeme symetrie nebo obrajových podmínek v obou vetknutích.

Funkce průběhů

$$\begin{aligned}
T(x) &= -qx + R \\
M(x) &= -\frac{1}{2}qx^2 + Rx - M_\mathrm{r} \\
EI_y\varphi(x) &= \frac{1}{6}qx^3 - \frac{1}{2}Rx^2 + M_\mathrm{r}x + C_1 \\
EI_y\mathrm{w}(x) &= \frac{1}{24}qx^4 - \frac{1}{6}Rx^3 + \frac{1}{2}M_\mathrm{r}x^2 + C_1x + C_2
\end{aligned}$$

Okrajové podmínky[1]

$$\begin{aligned}
\varphi(0) = 0 &= C_1 \\
\mathrm{w}(0) = 0 &= C_2 \\
\varphi(L) = 0 &= \frac{1}{6}qL^3 - \frac{1}{2}RL^2 + M_\mathrm{r}L = \frac{1}{6}qL^2 - \frac{1}{2}RL + M_\mathrm{r} \\
\mathrm{w}(L) = 0 &= \frac{1}{24}qL^3 - \frac{1}{6}RL^3 + \frac{1}{2}M_\mathrm{r}L^2 = \frac{1}{24}qL^2 - \frac{1}{6}RL + \frac{1}{2}M_\mathrm{r} \\
M_\mathrm{r} &= -\frac{1}{6}qL^2 + \frac{1}{2}RL \\
0 &= \frac{1}{24}qL^2 - \frac{1}{6}RL - \frac{1}{12}qL^2 + \frac{1}{4}RL = \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{12}\right)qL^2 + \left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right)RL \\
\frac{1}{24}qL^2 &= \frac{2}{24}RL \\
R &= \frac{1}{2}qL \\
M_\mathrm{r} &= -\frac{1}{6}qL^2 + \frac{1}{4}qL^2 = \frac{1}{12}qL^2
\end{aligned}$$

Výsledek

$$\begin{aligned}
T(x) &= -qx + \frac{1}{2}qL \\
M(x) &= -\frac{1}{2}qx^2 + \frac{1}{2}qLx - \frac{1}{12}qL^2 \\
EI_y\varphi(x) &= \frac{1}{6}qx^3 - \frac{1}{4}qLx^2 + \frac{1}{12}qL^2x \\
EI_y\mathrm{w}(x) &= \frac{1}{24}qx^4 - \frac{1}{12}qLx^3 + \frac{1}{24}qL^2x^2
\end{aligned}$$

Maximální průhyb

$$EI_y\mathrm{w}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{1}{24}q\left(\frac{L}{2}\right)^4 - \frac{1}{12}qL\left(\frac{L}{2}\right)^3 + \frac{1}{24}qL^2\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{384} - \frac{1}{96} + \frac{1}{96}\right)qL^4 = \frac{1}{384}qL^4$$

[1] nutné řešit jako soustavu lineárních rovnic

Řešení s využitím Maxima 5.32.1

```
kill(all); /* no mercy */
globalsolve: true;
_Mx:R*x-Mr-(1/2)*q*x^2; /* bending monent*/
_phix:-integrate(_Mx,x)+C1; /* angle */
_wx:integrate(_phix,x)+C2; /* deflection */

phi0:subst(0,x,_phix); /* B.C. phi(0) = 0 */
phiL:subst(L,x,_phix); /* B.C. phi(L) = 0 */
w0:subst(0,x,_wx); /* B.C. w(0) = 0 */
wL:subst(L,x,_wx); /* B.C. w(L) = 0 */
linsolve([phi0,phiL,w0,wL],[C1,C2,R,Mr]);

/* results */
Mx:R*x-Mr-(1/2)*q*x^2;
phix:-integrate(Mx,x)+C1;
wx:integrate(phix,x)+C2;
Tx:diff(Mx,x);

ctrl:subst(L,x,wx); /* control: zero deflection at the end */
wmax:subst(L/2,x,wx); /* maximal deflection */
```