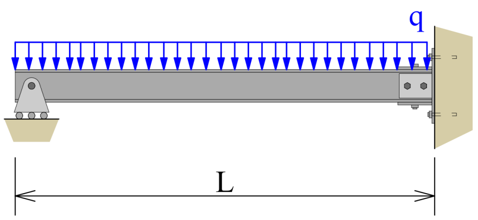
Zadání: Vyjádřete analytický předpis funkce průhybové čáry, polohu a velikost maximálního průhybu staticky neurčitého nosníku.



V případě staticky neurčitého nosníku je nutné chybějící podmínky rovnováhy doplnit deformačními podmínkami.

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{x} \in &< 0, L) \\
T(x) &= -qx + R \\
M(x) &= -\frac{1}{2}qx^2 + Rx \\
EI_y\varphi(x) &= \frac{1}{6}qx^3 - \frac{1}{2}Rx^2 + C_1 \\
EI_y\mathrm{w}(x) &= \frac{1}{24}qx^4 - \frac{1}{6}Rx^3 + C_1x + C_2
\end{aligned}
$$

Integrační konstanty a reakci v suvné podpoře dopočteme z okrajových podmínek

$$
\begin{aligned}
\mathrm{w}(0) = 0 &= C_2 \\
\varphi(L) = 0 &= \frac{1}{6}qL^3 - \frac{1}{2}RL^2 + C_1 \\
C_1 &= -\frac{1}{6}qL^3 + \frac{1}{2}RL^2 \\
EI_y\varphi(x) &= \frac{1}{6}qx^3 - \frac{1}{2}Rx^2 - \frac{1}{6}qL^3 + \frac{1}{2}RL^2 \\
\mathrm{w}(L) &= \frac{1}{24}qL^4 - \frac{1}{6}RL^3 - \frac{1}{6}qL^4 + \frac{1}{2}RL^3 \\
R &= \frac{3}{8}qL \\
C_1 &= \frac{1}{48}qL^3
\end{aligned}
$$

Výsledky

$$
\begin{aligned}
T(x) &= -qx + \frac{3}{8}qL \\
M(x) &= -\frac{1}{2}qx^2 + \frac{3}{8}qLx \\
EI_y\varphi(x) &= \frac{1}{6}qx^3 - \frac{3}{16}qLx^2 + \frac{1}{48}qL^3 \\
EI_y\mathrm{w}(x) &= \frac{1}{24}qx^4 - \frac{1}{16}qLx^3 + \frac{1}{48}qL^3x
\end{aligned}
$$

poloha maximálního průhybu je jediným kořenem kubické rovnice v intervalu $(0, L)$

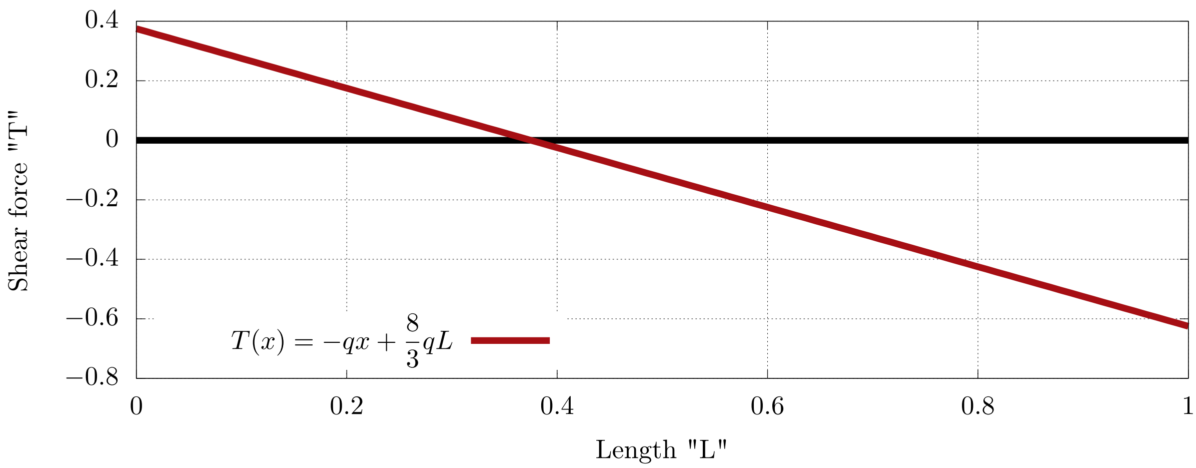
$$
\begin{aligned}
EI_y\varphi(x) = 0 &= \frac{1}{6}qx^3 - \frac{3}{16}qLx^2 + \frac{1}{48}qL^3 \\
x_{\mathrm{w_{max}}} &= \frac{\sqrt{33}+1}{16}L = 0,422L
\end{aligned}
$$

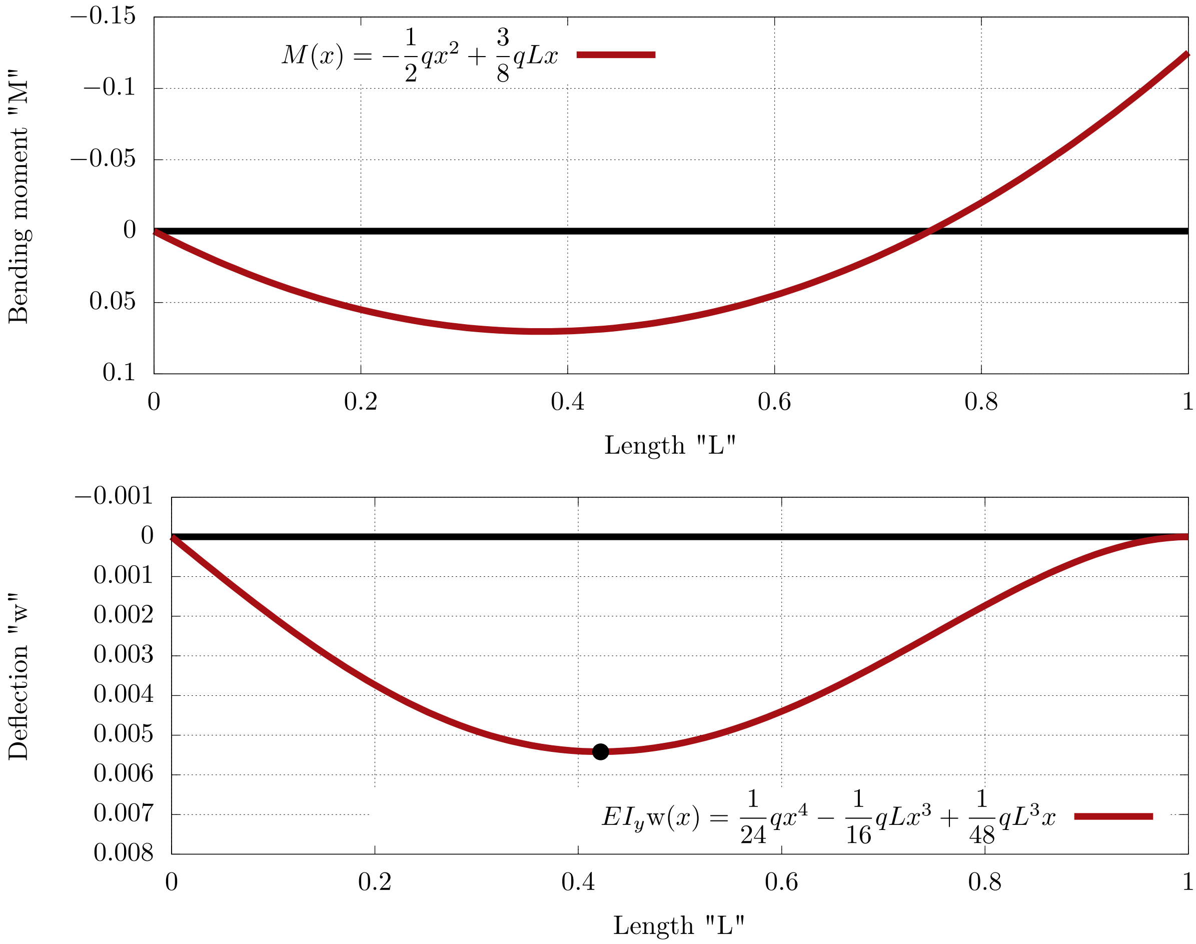
maximální průhyb

$$
\begin{aligned}
EI_y \mathrm{w}\left(\frac{\sqrt{33}+1}{16}L\right) &= \frac{1}{24}q\left(\frac{\sqrt{33}+1}{16}L\right)^4 - \frac{1}{16}qL\left(\frac{\sqrt{33}+1}{16}L\right)^3 + \frac{1}{48}qL^3\left(\frac{\sqrt{33}+1}{16}L\right) \\
&= 0,0054qL^4
\end{aligned}
$$

Řešení s využitím Maxima 5.32.1

```
/*
created 2020/10/22, kytyr@itam.cas.cz, Maxima 5.32.1
bending curve function on overconstrained beam
*/

kill(all); /* no mercy */
globalsolve: true;
_Tx:R-q*x; /* shear forces */
_Mx:integrate(_Tx,x); /* bending monent */
_phix:-integrate(_Mx,x)+C1; /* angle */
_wx:integrate(_phix,x)+C2; /* deflection */

w0:subst(0,x,_wx); /* B.C. w(0) = 0 */
wL:subst(L,x,_wx); /* B.C. w(L) = 0 */
phiL:subst(L,x,_phix); /* B.C. phi(L) = 0 */
linsolve([phiL,w0,wL],[C1,C2,R]);

/* results */
Tx:R-q*x;
Mx:integrate(Tx,x);
phix:-integrate(Mx,x)+C1;
wx:integrate(phix,x)+C2;

solve([phix],[x]); /* position of max. deflection */
wmax:subst(L*(sqrt(33)+1)/16,x,wx); /* max. deflection */
```





$M(x) = -\frac{1}{2}qx^2 + \frac{3}{8}qLx$
Bending moment "M"
−0.15
−0.1
−0.05
0
0.05
0.1
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
Length "L"
$EI_y\mathrm{w}(x) = \frac{1}{24}qx^4 - \frac{1}{16}qLx^3 + \frac{1}{48}qL^3x$
Deflection "w"
−0.001
0
0.001
0.002
0.003
0.004
0.005
0.006
0.007
0.008
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
Length "L"