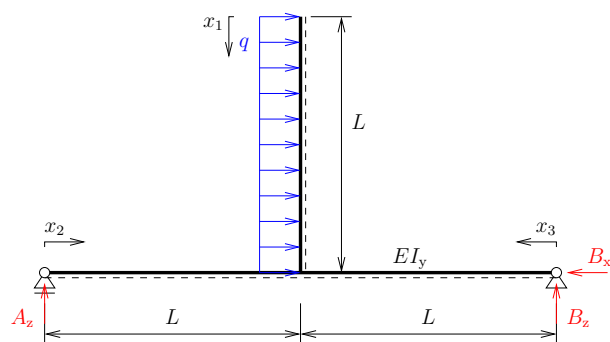
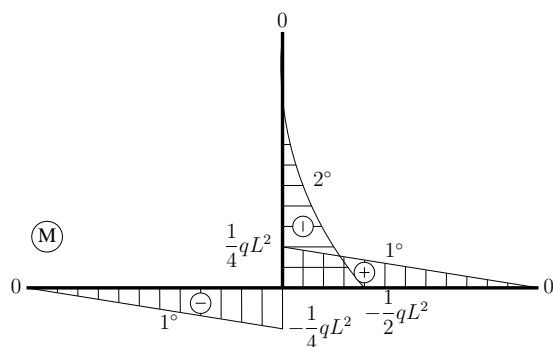


zadání: Vyjádřete analyticky předpis rovnice průhybové čáry štíhlého nosníku zatíženého dle obrázku.



Výpočet reakcí

$$\begin{aligned} \circlearrowleft a : -qL \frac{1}{2}L + B_z 2L &= 0 \\ B_z &= \frac{1}{4}qL \\ \circlearrowleft b : qL \frac{1}{2}L + A_z 2L &= 0 \\ A_z &= -\frac{1}{4}qL \\ \rightarrow : qL - B_x &= 0 \\ B_x &= qL \end{aligned}$$



Ohybový moment M

$$\begin{aligned} x_1 \in \langle 0; L \rangle \\ M(x_1) &= -qx_1 \frac{x_1}{2} = -\frac{1}{2}qx_1^2 \\ x_2 \in \langle 0; L \rangle \\ M(x_2) &= A_z x_2 = -\frac{1}{4}qLx_2 \\ x_3 \in \langle 0; L \rangle \\ M(x_3) &= B_z x_3 = \frac{1}{4}qLx_3 \end{aligned}$$

Deformační analýza s využitím Bernoulliho diferenciální rovnice $EI_y w''(x) = -M(x)$

$$\begin{aligned} EI_y \varphi(x_2) &= \frac{1}{8}qLx_2^2 + C_3 \\ EI_y w(x_2) &= \frac{1}{24}qLx_2^3 + C_3x_2 + C_4 \end{aligned}$$

Pro tento interval využijeme okrajové podmínky $w(0) = 0$ a $w(L) = 0$

$$\begin{aligned} w(0) &= 0 = \frac{1}{24}qL0^3 + C_30 + C_4 \\ C_4 &= 0 \\ w(L) &= 0 = \frac{1}{24}qL^4 + C_3L \\ C_3 &= -\frac{1}{24}qL^3 \end{aligned}$$

Vyjádříme předpis průhybové čáry

$$EI_y w(x_2) = \frac{1}{24}qLx_2^3 - \frac{1}{24}qL^3x_2$$

a velikost pootočení ve styčném

$$EI_y \varphi(L) = \frac{1}{8}qL^3 - \frac{1}{24}qL^3 = \frac{1}{12}qL^3$$

Pro interval $x_3 \in \langle 0; L \rangle$ získáme stejným způsobem průhybovou čáru danou funkcí

$$EI_y w(x_3) = -\frac{1}{24}qLx_3^3 + \frac{1}{24}qL^2x_3$$

Při znalosti pootočení $\varphi(L)$ a průhybu $w(L)$ v intervalu $x_1 \in \langle 0; L \rangle$ vyjádříme zbývající část průhybové čáry

$$\begin{aligned}
 EI_y \varphi(x_1) &= \frac{1}{6} q x_1^3 + C_1 \\
 \varphi(L) &= -\frac{1}{12} q L^3 = \frac{1}{6} q L^3 + C_1 \\
 C_1 &= -\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) q L^3 = -\frac{1}{4} q L^3 \\
 EI_y \varphi(x_1) &= \frac{1}{6} q x_1^3 - \frac{1}{4} q L^3 \\
 EI_y w(x_1) &= \frac{1}{24} q x_1^4 - \frac{1}{4} q L^3 x_1 + C_2 \\
 w(L) &= 0 = \frac{1}{24} q L^4 - \frac{1}{4} q L^4 + C_2 \\
 C_2 &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{24}\right) q L^4 = \frac{5}{24} q L^4 \\
 EI_y w(x_1) &= \frac{1}{24} q x_1^4 - \frac{1}{4} q L^3 x_1 + \frac{5}{24} q L^4
 \end{aligned}$$

výsledek:

$$\begin{aligned}
 w(x_1) &= \frac{1}{EI_y} \left(\frac{1}{24} q x_1^4 - \frac{1}{4} q L^3 x_1 + \frac{5}{24} q L^4 \right) \\
 w(x_2) &= \frac{1}{EI_y} \left(\frac{1}{24} q L x_2^3 - \frac{1}{24} q L^3 x_2 \right) \\
 w(x_3) &= \frac{1}{EI_y} \left(-\frac{1}{24} q L x_3^3 + \frac{1}{24} q L^2 x_3 \right)
 \end{aligned}$$

